

$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2}$$

$$\int T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx =$$

$$\int T(x) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta) \right) \cdot f(x, \theta) dx$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \int T(x) f(x, \theta) dx = \int T(x) \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx$$

# Kapitel 2

## Mathematik auf Deutsch 1

### Grundlagen

## 2.1. Grundlegende mathematische Operationen

**Achtung!** In der Fachsprache der Mathematik bedeutet der Begriff „Operation“ etwas anderes als im medizinischen Bereich. Während man in der Medizin mit „Operation“ einen chirurgischen Eingriff meint, bezeichnet man in der Mathematik damit die *Ausführung einer Rechnung* (ausführen = machen).

**Tabelle 1: Rechenoperationen**

Grundrechnungsart	Symbol	man sagt:	Glieder der Rechnung	Ergebnis (+ Präp.)	Rechenoperation
die Addition	$1 + 1 = 2$	plus (ist) gleich	(der) Summand + Summand	die Summe (von)	1. Stufe
die Subtraktion	$7 - 5 = 2$	minus	(der) Minuend - Subtrahend	die Differenz (von)	
die Multiplikation	$3 \cdot 4 = 12$	mal	(der) Faktor $\times$ Faktor	das Produkt (von)	2. Stufe
die Division	$16 \div 2 = 8$	(dividiert) durch	(der) Dividend : Divisor	der Quotient (aus)	

### 2.1.1. Aufgaben zu den Operationen aus der Tabelle

**Aufgabe 1**  
*Partnerarbeit* Diktieren Sie Ihrem Lernpartner drei Operationen der ersten Stufe und vier Operationen der zweiten Stufe. Verwenden Sie nur die Redemittel der dritten Spalte. Ihr Partner soll die Rechnungen *ausführen* und dabei die Symbole schreiben.

**Aufgabe 2** Wie heißen die einzelnen Glieder der sieben Operationen, die Ihr Lernpartner aufgeschrieben hat? Verwenden Sie *nur* die Begriffe der vierten und fünften Spalte.  
Beispiel: „Der Minuend beträgt x, der Subtrahend beträgt y und die Differenz ist z.“

**Aufgabe 3** Produzieren Sie in mündlicher und schriftlicher Form sprachlich korrekte Fragen/Aufforderungen nach dem *Ergebnis* von einfachen Rechenoperationen.

Beispiele für formale Wendungen	Beispiele für umgangssprachliche Wendungen
Was ist das Produkt von 7 und 8?	Was kommt heraus, wenn man 11 zu 99 addiert?
Was ist das Ergebnis der Multiplikation von 7 und 8?	Wie viel ist 11 plus 99?
Worin besteht die Differenz von 16 und 4?	Was macht 11 + 99?
Welches Ergebnis erhält man, wenn man 4 von 16 subtrahiert?	Wie viel ist 49 geteilt durch 7?
Nennen Sie die Summe von 99 und 11!	Und 42 durch 6 ist doch ..., oder?
Sagen Sie das Ergebnis der Addition von 99 und 11!	Weißt du, was 12 mal 3 ist?
Die Summe von 2 und 4 beträgt 6 – ist das korrekt?	Was war nochmal 49 durch 7?
Wie groß ist die Differenz von 20 und 8?	72 durch 12 – was war das nochmal?

## 2.1.2. Zur Verbalisierung mathematischer Symbole

**Achtung!** Für das Symbol = gibt es viele mündliche Varianten:  
*ist, gleich, ist gleich, ergibt, macht*  
 Bei den anderen Symbolen ist es einfacher!

**Aufgabe 4** Tragen Sie bitte passende Zahlenbeispiele in die 3. Spalte und lesen Sie laut vor:

Symbol	man sagt	Zahlenbeispiel
~	(ist) ungefähr	
≠	(ist) ungleich, nicht gleich	
<	(ist) kleiner als	
>	(ist) größer als	
≤	(ist) kleiner oder gleich	
≥	(ist) größer oder gleich	

## Mathe-Spiel

### Aufgabe 5 Partnerarbeit

Lernpartner A beginnt. Stellen Sie Ihrem Lernpartner B die Aufgaben aus der Spalte a) *in Worten*. B schreibt dann die Aufgabe und die Lösung *in Zahlen* in die leere Spalte a) seiner Tabelle. Dann umgekehrt: Partner B stellt die Aufgaben von Spalte b) *in Worten* und Partner A schreibt die Aufgabe mit Lösung *in Zahlen* in seine leere Spalte b). Dann dasselbe mit den Spalten c) und d).

Partner A ←

a)	b)	c)	d)
zwölf plus sechs ...	$17 - 11 = 6$	vierzehn geteilt durch zwei	
fünfundzwanzig mal fünf		vierundfünfzig minus acht	
dreizehn mal zwei		einunddreißig plus dreizehn	
achtundachtzig durch acht		zweihundert plus hundertfünfzig	

## Wortfeld für Operationen

Symbol	Nomen	Verb mit Präposition	häufige mündliche Varianten
+ plus	die Addition	addieren zu, dazu	dazuzählen
– minus	die Subtraktion	subtrahieren von, davon	abziehen
· mal	die Multiplikation	multiplizieren mit	mal nehmen
÷ (geteilt) durch	die Division	dividieren durch	teilen durch

### Aufgabe 6 Setzen Sie die richtigen Präpositionen in die Lücken.

Addieren Sie 4 \_\_\_\_\_. 7. Multiplizieren Sie diese Summe \_\_\_\_\_. 9. Subtrahieren Sie \_\_\_\_\_. 18. Und jetzt dividieren Sie bitte \_\_\_\_\_. 9. Multiplizieren Sie nun \_\_\_\_\_. 6. Subtrahieren Sie \_\_\_\_\_. diesem Produkt 16. Addieren Sie 25 \_\_\_\_\_. Dividieren Sie das Ergebnis \_\_\_\_\_. 21. Und was ist nun das Ergebnis? (Synonym: Was kommt heraus?)

→ Aufgabe 5 Partner B

a)	b)	c)	d)
$12 + 6 = 18$	siebzehn minus elf...		einundzwanzig durch drei
	neunzehn plus achtzehn		zwölf mal vier
	fünf mal fünfundzwanzig		zweiundsiebzig minus acht
	siebenundsiebig durch sieben		hundertdreißig plus dreihundert

Und nun die Grammatik: Die Sätze in Aufgabe 6 verwenden den Imperativ in der Höflichkeitsform „Addieren Sie ...“. Wie würden die Sätze lauten, wenn die Sprecher sich duzen?

Beispiel: *Addiere* 4 zu 7.

**Aufgabe 7**  
Gruppenarbeit

**Formulieren Sie ähnliche Aufgaben (= Kettenaufgaben) für Ihre Lerngruppe. Ein Kursteilnehmer schreibt dabei die Aufgaben in Symbolschreibweise an die Tafel oder – falls Sie in Gruppen arbeiten – auf einen Notizzettel.**

**Aufgabe 8**

**Schreiben Sie zehn Fragen zu Tabelle 1, in denen Sie möglichst viele Begriffe aus allen Spalten verwenden. Versuchen Sie, verschiedene Satztypen zu produzieren: die Tabelle 2 zeigt Ihnen die Satztypen und passende Beispielsätze.**

**Tabelle 2: Satztypen**

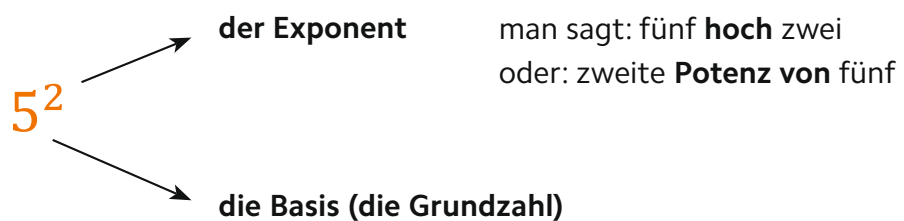
Satztyp	Beispielsätze
Fragesatz mit Fragewörtern	Welche Rechenoperationen gehören zur 1. Stufe? Wie nennt man das Ergebnis einer Subtraktion?
Fragesatz mit Inversion	Ist ein Quotient das Ergebnis einer Multiplikation?
Fragesatz mit Nebensatz	Wie sagt man zu dem Symbol, das bei einer Division verwendet wird? Welches Ergebnis erhält man, wenn man 9 von 14 subtrahiert?

**Aufgabe 9**

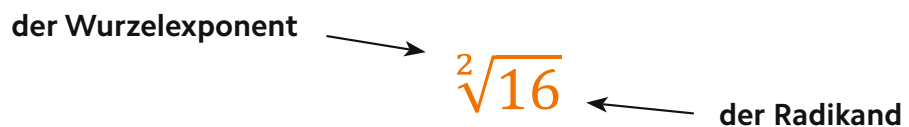
Schreiben sie eine lange *Kettenaufgabe* (ähnlich Aufgabe 5) mit mindestens zwölf Sätzen. Verwenden Sie dabei möglichst viele verschiedene Begriffe und Satztypen aus den Tabellen 1 und 2. Tauschen Sie dann diese Texte innerhalb Ihrer Lerngruppe, lesen Sie laut vor, korrigieren Sie eventuelle Sprachfehler und berechnen Sie die Ergebnisse.

## 2.2. Potenzen und Wurzeln

Die Rechenoperationen der dritten Stufe sind das *Potenzieren* und das *Wurzelziehen* oder *Radizieren*. Bei der Potenz unterscheiden wir die *Basis* oder *Grundzahl* der Potenz und den *Exponenten* oder die *Hochzahl* der Potenz. Das Radizieren oder Wurzelziehen ist die Umkehrung des Potenzierens. Die Zahl, aus der man die Wurzel zieht, heißt *Radikand*, der Exponent heißt hier *Wurzelexponent*.



Man sagt:	$6^2$	sechs <b>hoch</b> zwei	Lesen sie laut:	$4^2$
	$a^2$	a <b>Quadrat</b>		$y^2$
	$a^n$	a <b>hoch</b> n		$b^x$



Man sagt: **die zweite Wurzel aus** sechzehn

### Wiederholung

Kardinalzahlen (ohne Punkt)		Ordinalzahlen (mit Punkt)	
Symbol	gesprochen	Symbol	gesprochen
1	eins	1.	der erste
2	zwei	2.	der zweite
3	drei	3.	der dritte
4	vier	4.	der vierte
5	fünf	5.	der fünfte
...	...	...	...
19	neunzehn	19.	der neunzehnte
20	zwanzig	20.	der zwanzigste
...	...	...	...
100	hundert	100.	der hundertste
...	...	...	...

**Achtung!** Der Wurzelexponent  $n$  wird als Kardinalzahl geschrieben, aber als Ordinalzahl gesprochen. Im Beispiel  $\sqrt[3]{a}$  schreibt man die Zahl 3 (ohne Punkt) und sagt „dritte“ (wie 3. – mit Punkt!). Im Beispiel  $\sqrt[5]{32}$  schreibt man die Zahl 5 und sagt „fünfte“ usw. Bei der zweiten Wurzel (Quadratwurzel) lässt man die 2 oft weg:  $\sqrt{9} = \sqrt[2]{9}$  und sagt einfach „Wurzel aus neun“. Wenn man sie aber spricht, sagt man „die zweite Wurzel“.

Beispiele	mündliche Varianten
$\sqrt{16} = 4$ ; $\sqrt[2]{16} = 4$	Quadratwurzel aus, von ... zweite Wurzel aus, von ... Wurzel aus, von ...

Weitere Beispiele:

Symbolschreibweise	gesprochen
$\sqrt[4]{375} = 5$	die vierte Wurzel aus dreihundertfünfundsiebzig ist fünf
$\sqrt[5]{32} = 2$	die fünfte Wurzel aus zweiunddreißig ist zwei
$\sqrt[n]{a} = b$	die n-te Wurzel aus a ist gleich b



Tabelle 3: Rechenstufen

Rechenstufen	Symbol		Operation	
3. Rechenstufe	$( )^n$	$\sqrt[n]{\quad}$	Potenzieren	Wurzelziehen
2. Rechenstufe	$\cdot$	$\div$	Multiplizieren	Dividieren
1. Rechenstufe	$+$	$-$	Addieren	Subtrahieren

**Aufgabe 10**

Lesen Sie bitte die folgenden Terme laut vor:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \mid \sqrt{49} = 7 \mid 7^2 = 49 \mid 125 = 5^3 \mid 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \mid 5^4 = 625$$

$$4^5 = 1024 \mid \sqrt[n]{100} = b \mid 114 \div 6 = 19 \mid \sqrt[6]{64} = 2 \mid \sqrt{64} = 8 \mid 10^3 = 1000$$

$$10^5 = 100000$$

**Und noch einmal das Mathe-Spiel ...****Aufgabe 11**

Stellen Sie Ihrem Lernpartner die folgenden Aufgaben aus den Kästchen *in Worten*. Der Partner schreibt dann die Aufgabe und die Lösung *in Zahlen* in die leeren Kästchen seiner Tabelle (siehe a). Welches Paar ist zuerst fertig?

Partner A ←

a)	b)	c)	d)
drei hoch drei		vier hoch drei	
fünfte Wurzel aus zweiunddreißig		zweite Wurzel von einundachtzig	
vierhundertvierzig durch elf		a hoch b gleich x	
dritte Wurzel aus c gleich y		a Quadrat minus b Quadrat	

→ Aufgabe 11 Partner B

a)	b)	c)	d)
$3^3 = 27$	dritte Wurzel aus siebenundzwanzig		zweihundertfünfzig mal drei
	fünfte Wurzel aus zweihundertdreißig		neun hoch drei
	eintausend durch zweihundert		b hoch n gleich y
	a Quadrat plus b Quadrat		Quadratwurzel aus sechzehn

## 2.3. Klammern ( )

Sie erinnern sich: Die runden Klammern ( ) sind ein mathematisches Symbol. Damit wird angegeben, in welcher *Reihenfolge* mehrere Rechnungen ausgeführt werden müssen. Denn wenn in einer Rechnung Rechenoperationen verschiedener Stufen auszuführen sind, dann kommt es auf die Reihenfolge an.

Beispiel:  $2 \cdot 4 + 9 = ?$  Wenn man *zuerst multipliziert* ( $2 \cdot 4 = 8$ ) und *dann addiert* ( $8 + 9$ ), dann ist das Ergebnis 17.

Wenn man aber *zuerst addiert* ( $4 + 9 = 13$ ) und *dann multipliziert* ( $2 \cdot 13$ ), ist das Ergebnis 26.

**Merke** Die allgemeine Regel heißt: Die Rechenoperation höherer Stufe wird zuerst ausgeführt.



### Merksatz „Vorfahrtsregel“:

Potenzen gehen vor Klammern

Klammern gehen vor Punkt

Punkt geht vor Strich

Wenn die Rechenoperationen in einer anderen Reihenfolge ausgeführt werden sollen, dann müssen wir Klammern schreiben:

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 14 \quad \text{oder} \quad 2 \cdot (4 + 3) \cdot 2 = 28$$

Symbolschreibweise	gesprochen
$2 \cdot (4 + 3) \cdot 2$	zwei mal – vier plus drei in Klammern – mal zwei
$2 \cdot (4 + 3) \cdot 2$	zwei mal – Klammer auf – vier plus drei – Klammer zu – mal zwei
[ ]	„eckige“ Klammern
{ }	„geschweifte“ Klammern

**Aufgabe 12** Suchen Sie geeignete Zahlenbeispiele für Rechnungen, in denen mehrere Operationen auf verschiedenen Stufen ausgeführt werden. Spielen Sie dann „Mathematiklehrer für große Kinder“ und erklären Sie an den von Ihnen gewählten Beispielen die Regel, wie man solche Rechenoperationen ausführt!

Technische  
Gespräche

Verwenden Sie dabei die Wörter:

die Reihenfolge, die Klammer(n), zuerst, dann, vor, bevor, nach, nachdem, der Unterschied, wichtig, beachten, aufpassen

## 2.4. Rechengesetze mit natürlichen Zahlen

Die *natürlichen Zahlen* sind in der menschlichen Begriffswelt ganz selbstverständlich vorhanden. Schon kleine Kinder *zählen* 1 – 2 – 3 und in der Grundschule lernt man damit zu *rechnen*. Bei diesen elementaren Operationen werden bestimmte *Rechengesetze* angewandt. Die Mathematiker sind sich nicht einig, ob die Zahl 0 zur Menge der natürlichen Zahlen gehört. Deshalb muss man exakt definieren:

**Definition 1**  $\mathbb{N}$  sei die Menge der natürlichen Zahlen inklusive 0:  
 $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

**Definition 2**  $\mathbb{N}^*$  sei die Menge der natürlichen Zahlen ohne die Zahl 0:  
 $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$

**Aufgabe 13** Unterstreichen Sie beim Lesen von Text „2.4.1 Rechengesetze bei der Addition“ alle Sätze mit „man“:

## 2.4.1. Rechengesetze bei der Addition

Die einfachste Rechenoperation mit natürlichen Zahlen ist die Addition. Hier gelten (u.a.) folgende Gesetze:

### 1. Kommutativgesetz

$$a + b = b + a$$

Das Gesetz besagt: Bei der Addition können die Summanden vertauscht werden. Die *Vertauschbarkeit der Summanden* gilt für alle natürlichen Zahlen.

### 2. Assoziativgesetz

$$a + b + k = (a + b) + k = a + (b + k)$$

Will man mehr als 2 Zahlen addieren, so kann man beliebige Teilsummen bilden.

3. Wenn man eine beliebige natürliche Zahl  $a$  zu einer beliebigen natürlichen Zahl  $b$  addiert, so erhält man wieder eine natürliche Zahl  $s$ . Die Addition ist in der Menge  $\mathbb{N}$  stets *ausführbar*.

4. Addiert man  $a$  zu  $b$ , so gibt es genau ein Ergebnis  $s$ . Die Addition in der Menge ist eine *eindeutige* Operation.

### 5. Monotoniegesetz

$$a < b \Rightarrow a + c < b + c$$

Die Kleiner-Relation (Symbol:  $<$  gesprochen: „kleiner als“) zwischen zwei natürlichen Zahlen bleibt erhalten, wenn man zu beiden Zahlen die gleiche natürliche Zahl addiert.

Die Zahl 0 ist bei der Addition das **neutrale Element**: Wenn man die Rechenoperation durchführt, wird sie durch 0 nicht verändert.

**Aufgabe 14** Unterstreichen Sie beim Lesen von Text „2.4.2. Rechengesetze bei der Subtraktion“ alle Wörter mit der Endung *-bar* und ergänzen Sie die Tabelle:

Adjektiv mit <i>-bar</i>	passendes Verb	verwandte Nomina
		die Lösbarkeit, die Lösung,
	ausführen	

## 2.4.2. Rechengesetze bei der Subtraktion

Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition. Sie ist in  $\mathbb{N}$  nur dann ausführbar, wenn der Subtrahend kleiner als der Minuend ist.

6. Die Subtraktion ist in  $\mathbb{N}$  nicht immer ausführbar.

$$8 - 5 = 3 \quad | \quad 8 - 8 = 0 \quad | \quad 5 - 8 = ?$$

7. Die Subtraktion ist eine eindeutige Operation, denn wenn die Gleichung  $a - b = c$  in  $\mathbb{N}$  lösbar ist, so hat sie genau diese eine Lösung.

8. Die Subtraktion ist nicht assoziativ, weil meist gilt:

$$a - (b - c) \neq (a - b) - c$$

Für das Symbol  $\neq$  sagt man „ungleich“.

9. Die Subtraktion ist nicht kommutativ, denn im allgemeinen ist

$$a - b \neq b - a$$

Wie bei der Addition ist auch bei der Subtraktion die Zahl 0 das **neutrale Element**: Wenn man die Rechenoperation durchführt, wird sie durch 0 nicht verändert:  $a - 0 = a$

**Aufgabe 15** Nehmen Sie zwei verschiedene Farben (z. B. rot und grün) und unterstreichen Sie in Text „2.4.3. Rechengesetze bei der Multiplikation“ die Verbkonstruktionen. Markieren Sie Sätze *im Aktiv* in der einen Farbe und Sätze *im Passiv* in der anderen Farbe.

## 2.4.3. Rechengesetze bei der Multiplikation

Die Multiplikation in der Menge  $\mathbb{N}$  hat dieselben Eigenschaften wie die Addition:

10. Die Multiplikation in  $\mathbb{N}$  ist stets ausführbar.

11. Die Multiplikation ist eine eindeutige Operation.

### 12. Assoziativgesetz

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Die Multiplikation in der Menge  $\mathbb{N}$  ist assoziativ, weil die Reihenfolge, in der die Faktoren multipliziert werden, beliebig ist. Das bedeutet, dass beliebige Teilprodukte gebildet werden können.

### 13. Kommutativgesetz

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Die Multiplikation ist kommutativ, weil man die Faktoren vertauschen kann.

**14. Monotoniegesetz**

$$a < b \rightarrow a \cdot c < b \cdot c \quad (c \neq 0)$$

Die Kleiner-Relation zwischen zwei natürlichen Zahlen bleibt erhalten, wenn man beide Zahlen mit der gleichen natürlichen Zahl  $\neq 0$  multipliziert.

Für die Multiplikation ist 1 das **neutrale Element**:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

**Aufgabe 16** Welche Verbformen zeigen, dass etwas unmöglich ist? Unterstreichen Sie im folgenden Text diese Verben. (Sie sind die grammatische Form für den Irrealis.)

**2.4.4. Rechengesetze bei der Division**

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

15. Sie ist in  $\mathbb{N}$  nicht immer ausführbar. Die Gleichung  $\frac{a}{b} = c$  ist in  $\mathbb{N}$  nur dann lösbar, wenn  $b$  ein Teiler von  $a$  ist.
16. Die Division durch 0 ist grundsätzlich nicht möglich. Wenn  $b \neq 0$  ist und  $\frac{b}{0} = c$  wäre, dann müsste  $0 \cdot c = b$  sein, also  $0 \cdot c \neq 0$ . Dies ist unmöglich, die Division  $\frac{b}{0}$  ist sinnlos.  
Denn die Division durch 0 ist nicht definiert.
17. Die Division in der Menge  $\mathbb{N}$  ist eine eindeutige Operation.
18. Die Division in  $\mathbb{N}$  ist nicht assoziativ.
19. Die Division in  $\mathbb{N}$  ist nicht kommutativ, weil meistens  $\frac{a}{b} \neq \frac{b}{a}$

Die Zahl 1 ist für die Division (wie für die Multiplikation) das **neutrale Element**:

**Notwendige Grammatik: Passiversatzformen**

In den 4 Texten über die Rechengesetze haben Sie *verschiedene sprachliche Möglichkeiten* gelesen und unterstrichen, die in der Sprache von Ingenieuren sehr oft verwendet werden. Dabei können *verschiedene grammatische Formen* die *gleiche Bedeutung* ausdrücken.

**Modellsatz:** „Bei der Addition können die Summanden vertauscht werden“. Dieser Beispielsatz ist ein *Passiv-Satz* mit dem *Modalverb* „können“. Man kann diese (lange) Form durch andere (kürzere) Formen ersetzen, ohne die Bedeutung zu ändern.

*Regel: Für Passiv mit Modalverb gibt es drei mögliche Ersatzformen.*

Grammatische Form	Beispielsätze
Passiv mit Modalverb	Bei der Addition <i>können</i> die Summanden <i>vertauscht</i> werden.
<b>Ersatzformen</b>	
Verwendung von <i>man</i>	Bei der Addition <i>kann man</i> die Summanden vertauschen. / <i>Man kann</i> bei der Addition die Summanden vertauschen.
Adjektiv mit Endung <i>-bar</i>	Bei der Addition sind die Summanden <i>vertauschbar</i> .
<i>sich lassen</i> + <i>Infinitiv</i>	Bei der Addition <i>lassen sich</i> die Summanden vertauschen.
<b>Die Bedeutung bleibt immer gleich.</b>	

**Aufgabe 17** Schreiben Sie alle grammatisch möglichen Formen für den Satz:  
„Die Multiplikation in  $\mathbb{N}$  ist stets ausführbar.“

---



---



---

**Aufgabe 18** Schreiben Sie die drei möglichen Ersatzformen für den Nebensatz in: „Die Multiplikation ist kommutativ, weil man die Faktoren vertauschen kann.“

Die Multiplikation ist kommutativ, weil ...

---



---



---


### Wiederholung: Modalverben

können, müssen, sollen, dürfen – man kann, muss, soll, darf

**Aufgabe 19** Konjugieren Sie die Modalverben und machen Sie damit *man*-Sätze!

**Aufgabe 20** Ergänzen Sie die fehlenden Wörter in der Tabelle:  
Wortbildung

Verb	Adjektiv auf -bar	Nomen
teilen	teilbar	die Teilbarkeit
zerlegen		die Zerlegbarkeit
	vertauschbar	
berechnen		die Berechenbarkeit
		die Planbarkeit
ausführbar		
	machbar	
realisieren		
lesen		

**Aufgabe 21**  Suchen Sie fünf Beispielsätze aus den Texten über die Grundrechenarten heraus, die entweder Konstruktionen im Passiv oder in Passivsatzformen enthalten. Schreiben Sie alle möglichen Varianten auf, in die man diese Sätze umformulieren kann. Die Bedeutung darf sich nicht verändern!

**Aufgabe 22** *Technische Gespräche* Bereiten Sie kleine Präsentationen zu jeweils einem der vier Texte über die Rechengesetze der vier Rechenoperationen vor. Suchen Sie geeignete Beispiele mit natürlichen Zahlen und erläutern Sie daran jeweils die Gesetze, die für eine Grundrechenart gelten.

*Weitere Themen* (zur Auswahl):

- Welche Gesetze gelten für die Addition und die Multiplikation? Warum?
- Erklären Sie das Kommutativgesetz an Beispielen von verschiedenen Operationen!
- Erklären Sie mit eigenen Zahlenbeispielen den Satz: Das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz sind für die Division in  $\mathbb{N}$  nicht gültig.



## 2.5. Zur Terminologie für die Zahlenbereiche

### Aufgabe 23 Leseverstehen

Ordnen Sie die Begriffe im Kasten den Symbolen zu.

Ganze Zahlen, natürliche Zahlen, reelle Zahlen, rationale Zahlen

$\mathbb{Q}$		$\mathbb{R}$	
$\mathbb{Z}$		$\mathbb{N}$	

Mit dem Begriff *natürliche Zahlen* (Symbol  $\mathbb{N}$ ) werden alle *positiven ganzen Zahlen* bezeichnet. Man kann mit ihnen Dinge *zählen*, d. h. die Anzahl der Elemente bestimmen. Addition und Multiplikation sind uneingeschränkt möglich. Da die Zahl 0 weder *positiv* noch *negativ* ist, muss definiert werden, ob man sie zur Menge der natürlichen Zahlen zählt oder nicht:  $[0]$ , 1, 2, 3, 4, 5 usw.

Die natürlichen Zahlen bilden zusammen mit der Null und den *negativen ganzen Zahlen*, z. B.  $-1, -2, -3 \dots$  die Menge der *ganzen Zahlen* (Symbol  $\mathbb{Z}$  für „ganze Zahlen“). Damit ist die Subtraktion uneingeschränkt möglich, z. B.:  $4 - 5 = -1$ . Diese Menge umfasst die Zahlen  $\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$

### Aufgabe 24

Ergänzen Sie die kleine Tabelle durch die korrekten Definitionen:

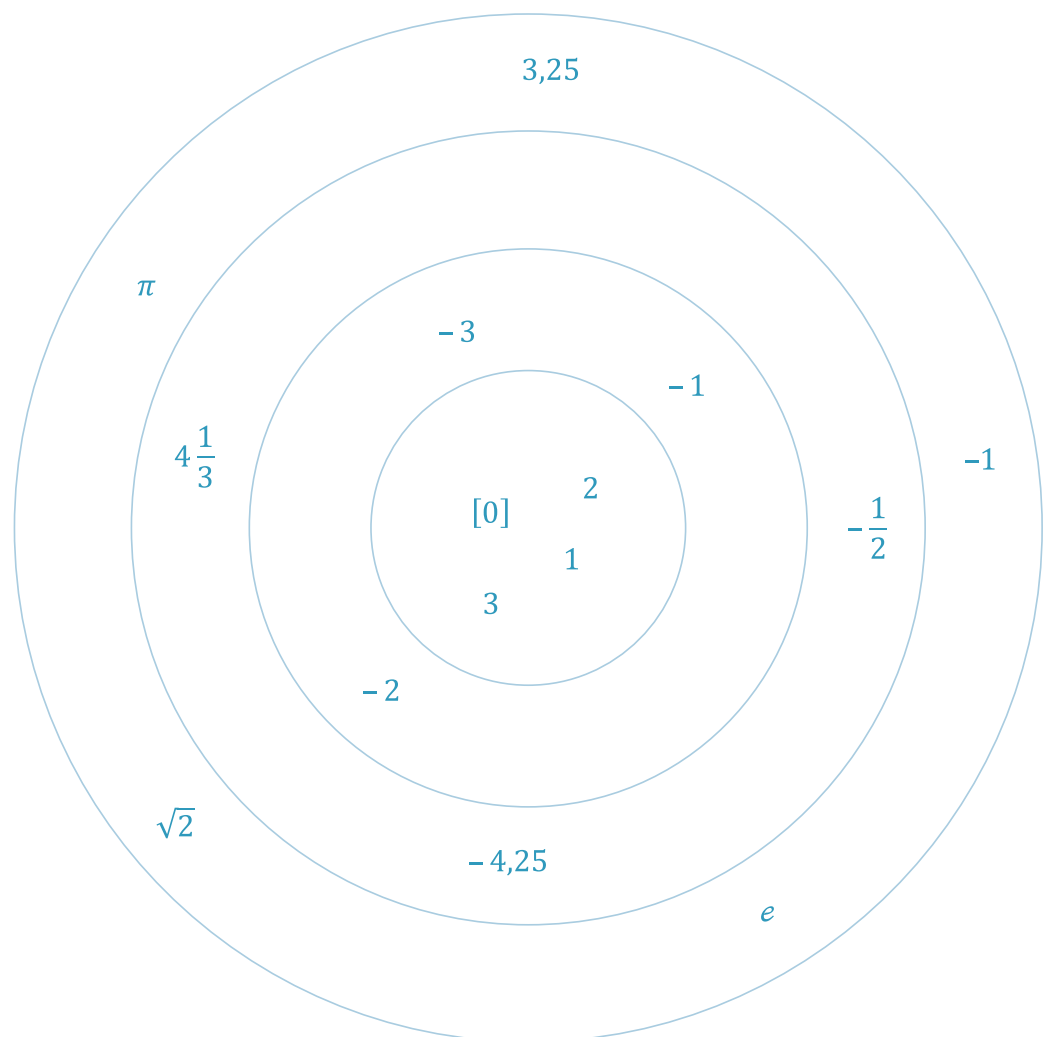
Bei den ganzen Zahlen lassen sich die *geraden Zahlen*, die durch zwei teilbar sind, von den *ungeraden Zahlen*, die nicht durch zwei teilbar sind, unterscheiden.

als Wort	als Symbol	Definition
gerade Zahlen	2, 4, 6, $-2, -4, -6, \dots$	
ungerade Zahlen	$-5, -3, 1, 3, 5, \dots$	

Die ganzen Zahlen bilden zusammen mit der Menge aller Brüche die *rationalen Zahlen* (Symbol  $\mathbb{Q}$ ). Man kann sie als das Verhältnis von zwei ganzen Zahlen darstellen, z. B.:  $\frac{2}{3}, \frac{1}{5}$ . Jeder Dezimalbruch lässt sich auch als Dezimalzahl darstellen, z. B.: dem Bruch  $\frac{1}{4}$  entspricht die Dezimalzahl 0,25.

Die rationalen Zahlen und die *irrationalen* Zahlen bilden zusammen die Menge der *reellen* Zahlen (Symbol  $\mathbb{R}$ ). Irrationale Zahlen sind unendliche, nicht periodische und also nicht als Bruch darstellbare Zahlen, z. B.:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{17}$ ,  $\pi$ .

**Aufgabe 25** Ordnen Sie die Symbole für die Zahlenbereiche in das Schema ein.



**Aufgabe 26** Prüfen Sie die Aussagen über Zahlenbereiche.

a) Welche sind richtig, welche falsch? Kreuzen Sie an.

b) Verbessern Sie die falschen Aussagen.

wahr falsch

- |   |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1. Die Null gehört nicht zu den natürlichen Zahlen.                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2. Jeder Dezimalbruch kann auch als Dezimalzahl geschrieben werden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



	<i>wahr</i>	<i>falsch</i>
3. Man kann reelle Zahlen als Bruch von zwei ganzen Zahlen schreiben.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Die Zahl Null ist negativ.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Rationale und irrationale Zahlen bilden die Menge der reellen Zahlen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Man kann rationale Zahlen nicht als das Verhältnis von zwei ganzen Zahlen darstellen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Man kann jede Dezimalzahl auch als Dezimalbruch darstellen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Ungerade Zahlen sind durch 2 teilbar, gerade Zahlen nicht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 2.6. Rechnen mit rationalen Zahlen – Brüche und Dezimalzahlen

### Aufgabe 27 Ergänzen Sie die fehlenden Begriffe.

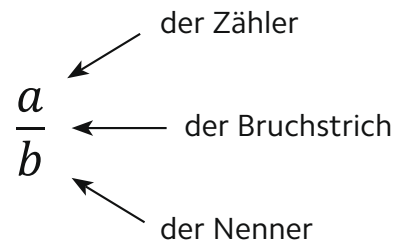
$$\mathbb{Q} = \frac{a}{b}$$

Die ganzen \_\_\_\_\_ bilden zusammen mit der Menge aller Brüche die \_\_\_\_\_ Zahlen (Symbol  $\mathbb{Q}$ ). Sie können als das \_\_\_\_\_ von zwei \_\_\_\_\_ Zahlen dargestellt \_\_\_\_\_.

### 2.6.1. Bruchzahlen / Brüche

Natürliche Zahlen stehen für ganze Einheiten; im alltäglichen Sprachgebrauch sind das z. B. „eine Klasse von Schülern“, „eine Gruppe von Studenten“, „ein Kilo Tomaten“ oder „ein Liter Bier“. Im mathematischen Kontext verwendet man die ganzen Zahlen oder in der Algebra Buchstaben a, b, c.

*Brüche* (Synonym: *Bruchzahlen, gebrochene Zahlen*) verwendet man, um *Teile von ganzen Einheiten* darstellen zu können, z. B. „die halbe Klasse ist krank“, „ein Viertel der Studentengruppe hat die Prüfung nicht bestanden“, „ein halbes Kilo Tomaten“ oder „eine Halbe“ (= ½l Bier).  
Mathematisch hat jeder Bruch die Form  $\frac{a}{b}$  für  $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$  (Die Division durch 0 ist ja nicht sinnvoll.)



Ein einfacher Bruch wie z. B.  $\frac{2}{3}$  wird aus zwei Zahlen und einem waagrechten Bruchstrich gebildet: Die Zahl oben heißt *Zähler*, die Zahl unten *Nenner*. Die Schreibweise  $2/3$  (mit Schrägstrich) soll man in der Mathematik nicht verwenden.

Jeder Bruch hat die Form  $\frac{p}{q}$ . Der Zähler **p** gibt die Anzahl der geteilten Ganzen an, der Nenner **q** gibt an, in wie viele Teile geteilt wird.

Wenn man Zähler und Nenner vertauscht, erhält man den *Kehrwert*:

$$\text{z. B.: } \frac{3}{2} \rightarrow \frac{2}{3}$$

Mehrere Brüche mit demselben Nenner nennt man *gleichnamig*:

$$\text{z. B.: } \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{6}{7};$$

Ein Bruch ist somit eine nicht ausgeführte Division, den Bruchstrich kann man als eine andere Schreibweise für das Symbol der Division  $\div$  ansehen.

$$\div \longrightarrow \frac{a}{b}$$

**Aufgabe 28** Die Zahlen in Zähler und Nenner werden verschieden ausgesprochen!  
Unterstreichen Sie bei den Angaben im Kasten die Endungen der *Nenner* und schreiben Sie den verbalen Ausdruck neben den entsprechenden Bruch.

*Ein Halb, fünf Sechzehntel, sechs Einundvierzigstel, drei Zwanzigstel, siebzehn Drittel, ein Viertel, vier Zehntel, drei Hundertstel*

a)  $\frac{3}{20}$  \_\_\_\_\_ c)  $\frac{1}{2}$  \_\_\_\_\_

b)  $\frac{5}{16}$  \_\_\_\_\_ d)  $\frac{3}{100}$  \_\_\_\_\_



e)  $\frac{1}{4}$  \_\_\_\_\_ g)  $\frac{17}{3}$  \_\_\_\_\_

f)  $\frac{4}{10}$  \_\_\_\_\_ h)  $\frac{6}{41}$  \_\_\_\_\_

**Aufgabe 29** Ergänzen Sie die Lücken – dann haben Sie die Regel für die richtige Aussprache der Nenner von Brüchen!

3 | -stel | 2 | -tel

**Achtung!** Aussprache der Nenner bei Bruchzahlen

Bei 4 – 19 (auch: 104 – 119, 204 – 219, ...) hängt man an die Zahl das Suffix \_\_\_\_\_ . Bei 20 – 100 (120 – 200, 220 – 300, ...) hängt man an die Zahl das Suffix \_\_\_\_\_ . *Ausnahmen:* \_\_\_\_\_ spricht man „Halb(e)“ und \_\_\_\_\_ spricht man „Drittel“.

**Aufgabe 30** Wenden Sie die Regel an und schreiben Sie auf:

**Aufgabe 31** Diktieren Sie Ihrem Lernpartner 15 Bruchzahlen. Er soll sie in Symbol-  
Partnerarbeit

a)  $\frac{5}{2}$  \_\_\_\_\_ e)  $\frac{7}{100}$  \_\_\_\_\_

b)  $\frac{4}{17}$  \_\_\_\_\_ f)  $\frac{8}{9}$  \_\_\_\_\_

c)  $\frac{3}{21}$  \_\_\_\_\_ g)  $\frac{9}{8}$  \_\_\_\_\_

d)  $\frac{7}{3}$  \_\_\_\_\_ h)  $\frac{2}{15}$  \_\_\_\_\_

schreibweise notieren und dann noch einmal vorlesen. Dann tauschen Sie die Rollen.

**Aufgabe 32** Schreiben Sie eine Bruchzahl auf einen Zettel und geben Sie den Zettel  
Gruppenarbeit weiter. Der nächste muss diese Zahl auf Deutsch in Worten aufschreiben und dann eine neue Bruchzahl dazu fügen, den Zettel weitergeben usw. Am Ende wird der ganze Zettel vorgelesen. – Welche Gruppe hat am meisten *verbal* richtige Lösungen?

## 2.6.2. Operationen mit Brüchen

Die Operationen mit Brüchen sind kinderleicht, aber auf Deutsch zu *sagen*, wie man sie ausführt, das ist am Anfang kompliziert. Lesen Sie daher (zur Übung!) die folgenden Beispiele laut vor.

### Multiplikation von Bruchtermen / Multiplikation zweier Brüche

mathematisch	in Worten
$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$	Brüche werden multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

### Division von Bruchtermen / Division zweier Brüche

mathematisch	in Worten
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$ für: $b \neq 0, c \neq 0$	Die Division ist die Multiplikation mit dem Kehrwert (der Kehrzahl). Daraus folgt: Der Bruchterm wird durch einen zweiten Bruchterm dividiert, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchterms (= Kehrwert des Divisors) multipliziert.

### Kürzen von Bruchtermen / Brüchen

mathematisch	in Worten
$\frac{2b}{3} \cdot \frac{3}{a} = \frac{2 \cdot b \cdot 3}{3 \cdot a} = \frac{2b}{a}$	Wenn beim Multiplizieren von Brüchen in Zähler und Nenner gleiche Faktoren auftreten, dann kann man sie kürzen. Durch das Kürzen wird ein Bruch einfacher. Grundregel: Man darf nur Faktoren kürzen!

### Erweitern von Bruchtermen / Brüchen

mathematisch	in Worten
Die Brüche $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{4}{8}; \dots$ haben alle denselben Wert. Sie sind durch Erweitern entstanden. $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$	Erweitern bedeutet die Formänderung eines Bruches durch Multiplizieren von Zähler und Nenner mit dem gleichen Term ( $\neq 0$ ). Man erweitert besonders beim Addieren und Subtrahieren von Brüchen, um ungleichnamige Brüche gleichnamig zu machen. Dies geschieht durch Erweitern auf den Hauptnenner. Der Hauptnenner sollte das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV) aller einzelnen Nenner sein.

**Aufgabe 33** Setzen Sie die folgenden Wörter in die Lücken ein.

Fachlexik

der Dividend, die Division, der Divisor, das Ergebnis, gemeinsam, der Hauptnenner, der Kehrwert, der Nenner, der Quotient, der Zähler

$$\frac{a}{b}$$

In einer \_\_\_\_\_ heißt das Glied, das geteilt wird (a), der \_\_\_\_\_ (im Bruch: der \_\_\_\_\_). Das Glied, durch das geteilt wird (b), heißt der \_\_\_\_\_ (im Bruch: der Nenner). Das \_\_\_\_\_ ist der \_\_\_\_\_ aus a und b. Der \_\_\_\_\_ eines Bruches entsteht, wenn man Zähler und \_\_\_\_\_ vertauscht. Der \_\_\_\_\_ sollte das *kleinste* \_\_\_\_\_ e Vielfache (kgV) aller einzelnen Nenner sein.

Nach: Göttmann/edaf, Begriffe aus der Bruchrechnung

**„Wie macht man das?“**

Wenn man (nicht nur) in der Mathematik eine Aufgabe lösen will oder muss und dazu eine Methode oder eine Technik wissen will, dann fragt man „Wie macht man das?“ Eine richtige Antwort besteht aus einem abstrakten Modell (eine Rechnung, eine Skizze, eine Formel, Zahlen oder Symbolen etc.) und einem korrekten Satz.

z. B.: Wie kürzt man einen Bruch? Das macht man folgendermaßen:

$$\frac{2a}{4b} = \frac{2a}{2 \cdot 2b} = \frac{a}{2b}$$

Und der korrekte Satz heißt so: *Man kürzt den Bruch (hier:  $\frac{2a}{4b}$ ), indem man (den) Zähler und (den) Nenner durch den gleichen Faktor (hier: 2) dividiert.*

Eine gute Konstruktion für eine solche Aussage ist ein instrumentaler Nebensatz mit der Konjunktion „indem“.

Eine elegante, kurze Alternative ist die Verwendung einer Nominalisierung mit der Präposition „durch“:

*Man kürzt einen Bruch durch Division von Zähler und Nenner durch den gleichen Faktor.*

**Aufgabe 34** Unterstreichen Sie in den vier Kurztexten über Operationen mit Brüchen folgende sprachliche Strukturen:

- alle Nebensätze mit „indem“
- alle nominalisierten Formen mit der Präposition „durch“
- alle Nebensätze mit anderen Konjunktionen
- alle Nominalisierungen mit anderen Präpositionen

**Aufgabe 35** Formulieren Sie analog zu den Modellsätzen die Anweisung für die folgenden Aufgaben und schreiben Sie die korrekten Sätze auf:

1. Wie erweitert man einen Bruch?

$$\frac{a}{b} = c \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

einen Bruch erweitern, Zähler und Nenner mit dem gleichen Faktor multiplizieren

Variante 1: mit Nebensatz und der Konjunktion „indem“

---

---

---

Variante 2: mit Nominalisierung und Präposition „durch“

---

---

---

2. Wie addiert man gleichnamige Brüche?

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

gleichnamige Brüche addieren, die Zähler addieren und den Nenner beibehalten

Variante 1:

---

---

---

Variante 2:

---

---

---





3. Wie multipliziert man Brüche?

$$\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$$

Brüche multiplizieren, Zähler mit Zähler und  
Nenner mit Nenner multiplizieren

Variante 1:

---

---

---

Variante 2:

---

---

---

4. Wie dividiert man Brüche?

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Brüche dividieren, einen Bruch mit dem Kehrwert  
des anderen Bruchs multiplizieren

Variante 1:

---

---

---

Variante 2:

---

---

---

Nach: Göttmann/edaf, Begriffe aus der Bruchrechnung

**Aufgabe 36** Schreiben Sie das Gegenteil:

kürzen \_\_\_\_\_ dividieren \_\_\_\_\_

gleichnamig \_\_\_\_\_ gerade \_\_\_\_\_

**Aufgabe 37** Tragen Sie die richtigen Wörter in die Lücken ein:*Erweitern, Faktoren, gleichnamig, vereinfachen*

Ungleichnamige Bruchterme müssen durch \_\_\_\_\_ auf den Hauptnenner zuerst \_\_\_\_\_ gemacht werden. Kürzen ist eine Methode, um Brüche zu \_\_\_\_\_. Man darf jedoch nur \_\_\_\_\_ kürzen.

**Aufgabe 38** Wie heißen die folgenden Begriffe in Ihrer Muttersprache / Lernsprache?  
*Partnerarbeit* Suchen Sie passende Zahlenbeispiele dazu.

Begriff	Zahlenbeispiel	Übersetzung
der Hauptnenner		
das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)		
gleichnamig		
ungleichnamig		

**Verschiedene grammatische Formen – gleiche Bedeutung**

**Aufgabe 39** Formulieren Sie die Beispielsätze um, indem Sie die Satzkonstruktion „... ist/sind zu + Infinitiv“ durch die Satzkonstruktion mit Modalverb „man muss ...“ ersetzen.

*Merke* Die Bedeutung ändert sich nicht!

*Summen sind in Klammern zu schreiben.*

---



---

*Bei negativen Termen sind die Vorzeichenregeln zu beachten.*

---



---

*Bei Summentermen ist das Distributivgesetz anzuwenden.*

---



---



Das Quadrat der Summe  $(x + y)^2$  ist in ein Produkt zu zerlegen.

---

---

Gleichnamige Brüche sind zusammenzufassen.

---

---

Doppelbrüche sind zu vereinfachen.

---

---

Zahlen und Potenzen sind in Faktoren zu zerlegen.

---

---

In manchen Fällen ist der neutrale Faktor 1 hinzuzufügen.

---

---

**Aufgabe 40**  
Partnerarbeit

Versuchen Sie mathematische Gleichungen aufzustellen, die zu den Sätzen von Aufgabe 39 passen.

### 2.6.3. Dezimalzahlen

Ein *Dezimalbruch* ist ein Bruch, dessen Nenner eine Potenz von 10 ist. Schreibt man ihn als *Dezimalzahl*, dann steht der ganzzahlige Teil links und der gebrochene Teil rechts vom Komma.

$$\frac{175}{100} = 1 + \frac{75}{100} = 1,75 \quad \frac{43}{10} = 4 + \frac{3}{10} = 4,3 \quad \frac{3}{10} = 0,3$$

In der Praxis werden die Begriffe *Dezimalbruch* und *Dezimalzahl* oft synonym gebraucht, obwohl sich manche Dezimalzahlen wie z. B.  $\pi = 3,14159\dots$  nicht durch Dezimalbrüche darstellen lassen.

Nach: Göttmann/edaf

**Achtung!** Beim Sprechen wird der Teil der *ganzen Zahlen* – vor dem Komma – mit dem entsprechenden Zahlwort ausgesprochen (135 = einhundertfünfunddreißig), aber der *gebrochene Teil* - *nach* dem Komma - als *Ziffernfolge*: Zu 0,135 sagt man: null Komma eins drei fünf. In der Technik ist das praktisch, weil man ganz exakt arbeiten muss und z. B. beim Aufschreiben / Diktieren die Zahlen nicht verdrehen darf. („Zahlendreher“: 73 = dreiundsiebzig? Siebenunddreißig?) Wie sagt man somit zu 325,325?

**Ausnahme:** Im Alltag, z. B. bei Längenangaben in Meter und bei Geldbeträgen wird oft anstatt des Kommas die Einheit genannt. Dann werden die beiden Stellen nach dem Komma als Zahl ausgesprochen.

1,92 m Er ist einen Meter zweiundneunzig groß.

4,75 € Das Fleisch kostet drei Euro fünfundsiebzig.

**Aufgabe 41** Suchen Sie ähnliche Beispiele, schreiben Sie diese als Symbole auf und üben sie die schnelle, richtige Aussprache.  
Partnerarbeit

### Umwandlung von Stammbrüchen in Dezimalzahlen

Stammbrüche sind Brüche mit dem Zähler 1, z. B.:  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$

Bei der Umwandlung in Dezimalzahlen sind nur solche Dezimalzahlen rationale Zahlen, deren Ziffernfolgen nach dem Komma abbrechen oder *periodisch* sind.

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0,5 \quad \frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0,\bar{3} \text{ (gelesen: 0 Komma Periode 3)}$$

**Aufgabe 42** Lesen Sie laut:  
Partnerarbeit

$\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0,25$	$\frac{1}{6} = 1 \div 6 = 0,16666 = 0,1\bar{6}$ (Achtung! gelesen: 0 Komma 1 Periode 6)
$\frac{1}{5} = 1 \div 5 = 0,2$	$\frac{1}{7} = 1 \div 7 = 0,142857\ 142857 = 0,1\overline{42857}$
$\frac{1}{9} = 1 \div 9 = 0,1111 \dots = 0,1\bar{1}$	$\frac{1}{11} = 1 \div 11 = 0,0909 \dots = 0,0\bar{9}$
$\frac{1}{12} = 1 \div 12 = 0,8333 \dots = 0,8\bar{3}$	$\frac{1}{22} = 1 \div 22 = 0,04545\overline{45}$

**Achtung!** Während international häufig der *Punkt* als Dezimaltrennzeichen verwendet wird, ist in Deutschland das *Komma* üblich. In Programmiersprachen wird der Punkt verwendet, in der Mathematik sollte man grundsätzlich das Komma schreiben. Eine Schreibweise wie 100.100,1 ist missverständlich, korrekt schreibt man: 100100,1

Zur Angabe großer Zahlen im Alltag wie auch im wirtschaftlichen Bereich werden zur besseren Lesbarkeit häufig Dreiergruppen (Hunderter / Tausender ...) durch ein Leerzeichen optisch getrennt: 3 455 600; in der Mathematik und in den Naturwissenschaften soll man das aber nicht tun.

*Beispiel*

Zeitungsbericht: Die Firma hatte im letzten Jahr einen Umsatz von 6 500 400 €.

Buchhaltung; Umsatz: 6500400,00 €

**Aufgabe 43** Schreiben Sie als Zahl

sieben Komma vier neun acht zwei \_\_\_\_\_

siebenundvierzig Komma zwei acht \_\_\_\_\_

zwei Meter achtundsiebzig \_\_\_\_\_

neunundachtzig Euro fünfunddreißig \_\_\_\_\_

**Aufgabe 44** Korrigieren Sie die nach deutscher Konvention falsch geschriebenen Zahlen und lesen Sie laut vor

4.900.850 \_\_\_\_\_

47.5 Meter \_\_\_\_\_

20.000 € \_\_\_\_\_

11.111 \_\_\_\_\_

## 2.7. Zahlensysteme

### 2.7.1. Dekadisches Zahlensystem / Dezimalsystem

Jede natürliche Zahl lässt sich als Summe von Vielfachen von *Zehnerpotenzen* darstellen. Dabei treten als Faktoren der Zehnerpotenzen nur die Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 auf. Die Zahl *fünfhundertneunddreißig* kann dargestellt werden durch die Summe  $5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$ .

Die natürlichen Zahlen können auch arabische Ziffern genannt werden.

Zehnerpotenzen	lesbare Ziffern	in Worten
$10^0$	1	eins
$10^1$	10	zehn
$10^2$	100	hundert
$10^3$	1 000	tausend
$10^4$	10 000	zehntausend
$10^5$	100 000	hunderttausend
$10^6$	1 000 000	eine Million
$10^7$	10 000 000	zehn Millionen
$10^8$	100 000 000	hundert Millionen
$10^{12}$	1 000 000 000 000	eine Milliarde

**Achtung!** Wenn Sie normalerweise englische Bezeichnungen verwenden, müssen Sie besonders aufpassen, die deutschen Bezeichnungen sind anders! Die amerikanische „billion“ ist eine deutsche „Milliarde“, und die deutsche „Billion“ ist in den USA schon eine „trillion“!

**Aufgabe 45 Was passt zusammen?**

Verbinden Sie bitte die Begriffe mit den passenden Zahlen.

Transsibirische Eisenbahn		10000 kg
1 Lichtjahr		40076 km
10 <sup>2</sup> Tonnen (t)		384 000 km
Längster Fluss der Erde (Nil)		149 509 000 km
Länge des Äquators		510 100 000 Km <sup>2</sup>
Größe der Erdoberfläche		< 9600 km
Mittlere Entfernung Erde - Mond		6671 km
Mittlere Entfernung Erde - Sonne		≈ 9.460.000.000.000 km (ca 9,5 Billionen Kilometer)
Mittlerer Durchmesser der Erde		148 900 000 km <sup>2</sup> (= 29,2 %)
Fläche der Meere auf der Erde		4 600 000 Jahre
Landfläche der Erde		12756 km
Alter der Erde		361 150 000 km <sup>2</sup> (= 70,8 %)

**Große Zahlen als Zehnerpotenzen**

Nach DIN 1301 sind für große Maßeinheiten folgende Vorsilben eingeführt:

man sagt	man schreibt	als Zehnerpotenz	Beispiel	gesprochen
Deka-	da	10 <sup>1</sup>	10N = 1daN	ein Deka-Newton
Hekto-	h	10 <sup>2</sup>	100l = 1hl	ein Hektoliter
Kilo-	k	10 <sup>3</sup>	1000g = 1kg	ein Kilogramm
Mega-	M	10 <sup>6</sup>	1000000N = 1000kN = 1MN	ein Mega-Newton
Giga-	G	10 <sup>9</sup>	1000000000g = 1000000kg = 1000t = 1Gg	ein Gramm – ein Kilogramm – eine Tonne – ein Gigagramm
Tera-	T	10 <sup>12</sup>	1000000000000W = eine Billion Watt	ein Terawatt

**Aufgabe 46** **Bilden Sie fünf Beispielsätze zum Thema PC.**  
*Partnerarbeit* z. B.: „Wieviel Gigabyte hat dein Laptop?“

**Kleine Zahlen als Zehnerpotenzen**

**Aufgabe 47** **Ergänzen Sie die folgende Tabelle mit konkreten Beispielen und üben Sie zusammen mit Ihrem Lernpartner die richtige Aussprache.**

Nach DIN 1301 sind für kleine Maßeinheiten folgende Vorsilben eingeführt:

man sagt	man schreibt	als Zehnerpotenz	Beispiel
Pico-	p	$10^{-12}$	$\frac{1}{1000000000000} mm = 10^{-12} mm = 1 pm$
Nano-	n	$10^{-9}$	$\frac{1}{1000000000} mm = 10^{-9} m = 1 nm$
Mikro-	$\mu$	$10^{-6}$	$\frac{1}{1000000} mm = 10^{-6} = 1 \mu m$
Milli-	m	$10^{-3}$	
Zenti-	c	$10^{-2}$	
Dezi-	d	$10^{-1}$	

**Aufgabe 48** **Was passt zusammen? Verbinden Sie bitte die Begriffe mit den passenden Zahlen.**

Durchmesser des Atomkerns		0,000 000 000 000 000 000 000 000 9 107 g = $9,107 \times 10^{-28} g$
Ruhemasse eines Elektrons		rund $10^{-8} cm$
Länge der kleinsten Bakterien		rund $10^{-12} cm$
Masse des Wasserstoffatoms		rund $10^{-3} mm$



**Aufgabe 49**

**Gehen Sie nochmal zurück zum Text „Dekadisches Zahlensystem / Dezimalsystem“ und suchen Sie nach Passivkonstruktionen mit Modalverb bzw. deren Ersatzformen. Schreiben Sie dann die Sätze um, indem Sie andere sprachliche Varianten verwenden.**

*Beispiel aus dem Text:* Die Zahl 539 kann dargestellt werden durch ...

*Umformulierungen:* Die Zahl 539 lässt sich darstellen als ...

Man kann die Zahl 539 darstellen als ...

Die Zahl 539 ist darstellbar als ...

## 2.7.2. Zweiersystem / Dualsystem

Jede natürliche Zahl lässt sich auch als Summe von Vielfachen von *Zweierpotenzen* darstellen. Wir betrachten also die Potenzen  $2^0 = 1$ ,  $2^1 = 2$ ,  $2^2 = 4$ ,  $2^3 = 8$ ,  $2^4 = 16$  usw. Dabei treten als Faktoren der Zweierpotenzen nur die Zahlen 0 und 1 auf, da das Zweifache jeder Zweierpotenz bereits gleich der nächsthöheren Zweierpotenz ist.

Die Zahl *neunundfünfzig* kann dargestellt werden durch die Summe  $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ .

Bei Verwendung einer Tabelle, in der den Spalten Zweierpotenzen zugeordnet sind, erhält man folgende Darstellung:

$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
32	16	8	4	2	1
1	1	1	0	1	1

Ohne Tabelle: 111011

Die im Dualsystem geschriebenen Zahlen heißen auch Dual- oder Binärzahlen. Die Zahlen, mit denen ein Rechner arbeitet, haben gewöhnlich eine konstante Anzahl von Binärziffern (binary digit), kurz „Bit“ genannt.

**Aufgabe 50**

*Technische*

*Gespräche*

**Wählen Sie ein geeignetes Zahlenbeispiel und erklären Sie daran die Schreibweise von Zahlen im Dualsystem.**

*Beobachtungsauftrag* für die Zuhörer: Welche Verben und welche Satzkonstruktionen hat der Referent / die Referentin bei der Erklärung seines / ihres Beispiels für eine Zahl im Dualsystem verwendet?

## Literatur

- Hanke, C.; Semenova, E.: Fachdeutsch für Ingenieure. Verlag Bauman MSTU. Moskau 2010
- Rapp, Heinz: Mathematik für Fachschule Technik und Berufskolleg. Springer Vieweg. Wiesbaden (8. Aufl.) 2012
- Rapp, Heinz; Rapp, Matthias: Übungsbuch Mathematik für Fachschule Technik und Berufskolleg. Anwendungsorientierte Aufgaben mit ausführlichen Lösungen. Springer Vieweg. Wiesbaden (3. Aufl.) 2012
- Steußloff, Renate: Einführung in die Deutsche Fachsprache der Mathematik. Lehrbuch für den Unterricht im Diplomteilstudiengang „Fachdeutsch Technik“ an der Zhejiang-Universität in Hangzhou, VR China. Manuskript Berlin 1993
- Steußloff, Renate: Einführung in die Deutsche Fachsprache der Mathematik. Lehrerhandbuch. Hangzhou Berlin 1993
  
- [www.mathe-online.at/mathint//](http://www.mathe-online.at/mathint//) (Zuletzt aufgerufen am: 15.02.2014)
- [www.stk-darmstadt.de/goettmann/edaf/](http://www.stk-darmstadt.de/goettmann/edaf/) (Zuletzt aufgerufen am: 15.02.2014)
- [www.stk-darmstadt.de/goettmann/edaf/mathe/go3\\_02.htm](http://www.stk-darmstadt.de/goettmann/edaf/mathe/go3_02.htm) (Zuletzt aufgerufen am: 10.09.2014)